

Bildgebende Verfahren in der Medizin II

26. Februar 2008

Röntgentechnik

Aufgabe 1: Röntgenschwächung in Materie

- a) Wie lautet das allgemeine Schwächungsgesetz für Röntgenstrahlen? Welche Effekte tragen zur Schwächung in Materie bei? (4 Punkte)
- b) Mit welcher Anordnung kann man den Schwächungskoeffizienten messen (Skizze)? (2 Punkte)
- c) Steigt oder fällt die Schwächung mit:
- steigender Ordnungszahl?
 - steigender Quantenenergie?
 - steigender Dichte?
- (3 Punkte)
- d) Wie berechnet man die transmittierte Intensität hinter einem Objekt mit ungleichförmigem Schwächungskoeffizienten? (1 Punkte)

Lösung:

- a) Das allgemeine Schwächungsgesetz lautet:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

mit

I_0 : eingestrahlte Röntgenintensität

I : austretende Röntgenintensität

μ : Röntgenschwächungskoeffizient

x : Weg der Röntgenstrahlen

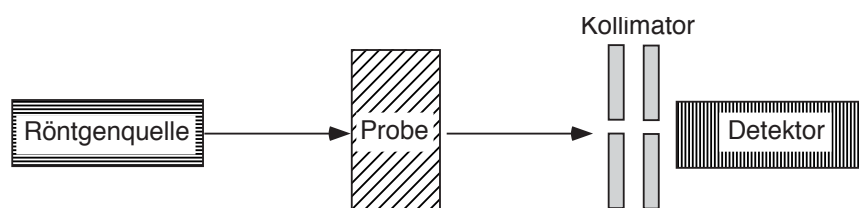
(1 Punkt jeweils für Formel und Erklärung)

Folgende Wechselwirkungen von Röntgenquanten mit Materie können auftreten:

- Photoabsorption
- Rayleigh-Streuung
- Compton-Streuung
- Paarbildung
- Kernreaktion

(2 Punkte, für jedes fehlende entsprechend Abzug)

- b) Anordnung zur Messung von Schwächungskoeffizienten:



- c) Die Schwächung
- steigt mit steigender Ordnungszahl (1 Punkt)
 - fällt mit steigender Energie (1 Punkt)
 - steigt mit steigender Dichte (1 Punkt)

d)

$$I = I_0 e^{-\int \mu dx}$$

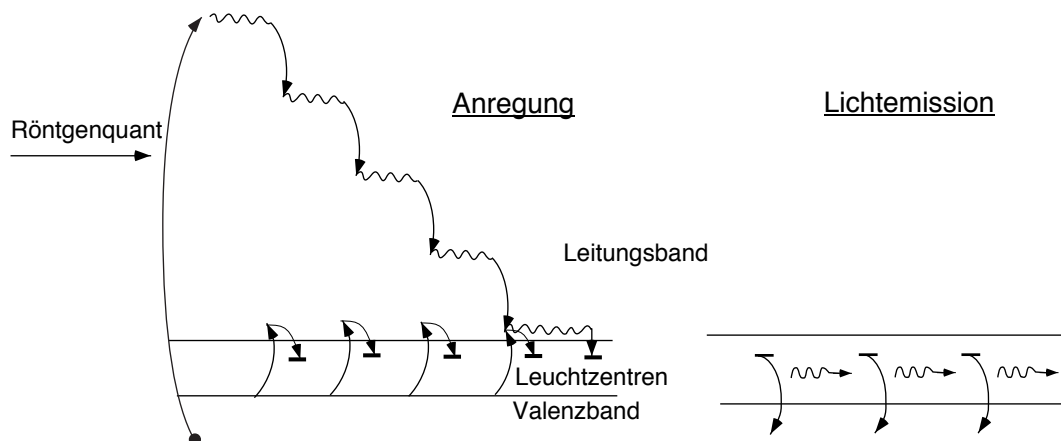
(1 Punkt)

Aufgabe 2: Röntgenaufnahmetechnik

- a) Welche physikalischen Prozesse spielen sich in einer Verstärkerfolie ab (Skizze mit kurzer Beschreibung)? (4 Punkte)
- b) Welche Material-Eigenschaften muss eine gute Verstärkerfolie haben? (3 Größen). Welche dieser Größen ist für eine hohe Detective Quantum Efficiency (DQE) am wichtigsten? (3 Punkte)
- c) Angenommen, eine Röntgenverstärkerfolie aus LaOBr:Tb habe eine Röntgenabsorption von 26 % bei 80 keV, einen Konversionsgrad von 13 % und leuchte bei einer Wellenlänge von 450 nm (2,757 eV). Wie viele Photonen werden im Mittel pro einfallendes Röntgenquant emittiert? (2 Punkte)

Lösung:

- a) Das einfallende Röntgenquant erzeugt viele schnelle Elektronen. Diese heben viele Leuchtzentren in einen angeregten Zustand (1 Punkt). Bei der Relaxation der Leuchtzentren entstehen sichtbare Photonen (1 Punkt).



Skizze (2 Punkte)

- b) Material-Eigenschaften von Verstärkerfolien:
- hohe Röntgenabsorption
 - hohe Quantenausbeute
 - Anpassung des Leuchtspektrums an die Filmempfindlichkeit
- (2 Punkte, für jedes falsche/fehlende entsprechend Abzug)
- Für eine hohe DQE ist die Röntgenabsorption entscheidend (1 Punkt).

c) Mittlere Zahl der Photonen pro einfallendes Röntgenquant:

$$N = \frac{80 \text{ keV} \cdot 0,26 \cdot 0,13}{2,757} = 981$$

(1 Punkt jeweils für Gleichung und Ergebnis)

Aufgabe 3: Streustrahlung in der Röntgendiagnostik

- a) Wie ist der Streustrahlungsanteil in der Bildebene definiert? (1 Punkt)
- b) Welcher physikalische Wechselwirkungsprozess im Körper des Patienten ist primär verantwortlich für die Streustrahlung? (1 Punkt)
- c) Warum leidet die Bildqualität bei einem hohen Streustrahlungsanteil? Was kann man gegen die Streustrahlung unternehmen? (2 Punkte)

Lösung:

a) Streustrahlanteil:

$$P = \frac{J_S}{J_P + J_S}$$

mit J_S : Streuintensität, d.h. die Röntgenleistung in der Detektor-Ebene, die nicht auf geradem Weg von der Quelle zum Detektor gelangt ist

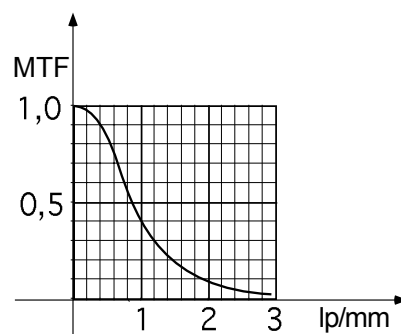
J_P : Primärintensität, d.h. die Röntgenleistung in der Detektor-Ebene, die auf geradem Weg von der Quelle zum Detektor gelangt ist.

- b) Der primäre Wechselwirkungsprozess, der zur Streustrahlung führt, ist die Compton-Streuung.
- c) Der Kontrast nimmt bei einem großen Streustrahlanteil ab (1 Punkt). Der Streustrahlanteil lässt sich nicht einfach abziehen; das Signal-Rausch-Verhältnis wird dabei schlechter. Ein Raster verringert den Streustrahlanteil in der Bildebene (1 Punkt).

Systemtheorie

Aufgabe 4: Modulationsübertragungsfunktion

Die MTF einer kompletten Röntgenverstärkerkette sei:

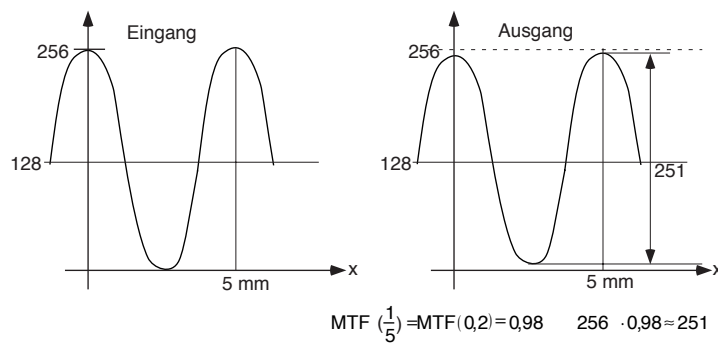


Es soll ein sinusförmig modulierte Eingangsbild (Grauwerte von 0 bis 256) mit einer

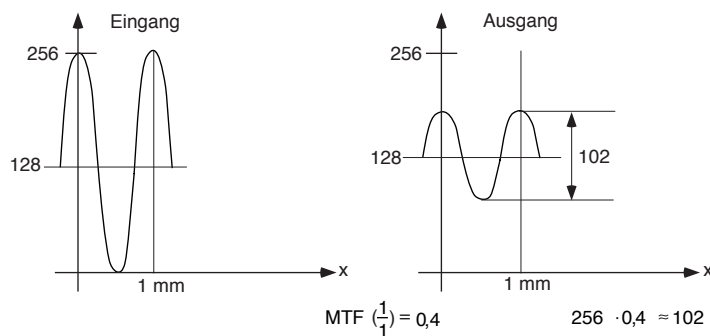
Wellenlänge von 5 mm (a), 1 mm (b) und 0,5 mm (c) abgebildet werden. Skizzieren Sie das Bild am Eingang und am Ausgang als Grauwert in Abhängigkeit von x. (5 Punkte)

Lösung:

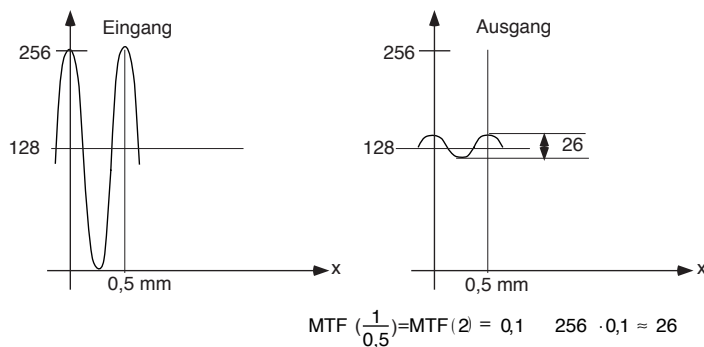
- a) 5 mm Wellenlänge $\Rightarrow 0,2 \text{ lp/mm} \Rightarrow \text{MTF}(0,2 \text{ lp/mm}) = 0,98 \Rightarrow$ Ausgangsgrauwerte von 0 bis $0,98 \times 256 = 251$ (einmalig 1 Punkt jeweils für das richtige Vorgehen und Abbildung, 1 Punkt für das richtige Ergebnis)



- b) 1 mm Wellenlänge $\Rightarrow 1 \text{ lp/mm} \Rightarrow \text{MTF}(1 \text{ lp/mm}) = 0,4 \Rightarrow$ Ausgangsgrauwerte von 0 bis $0,4 \times 256 = 102$ (1 Punkt)

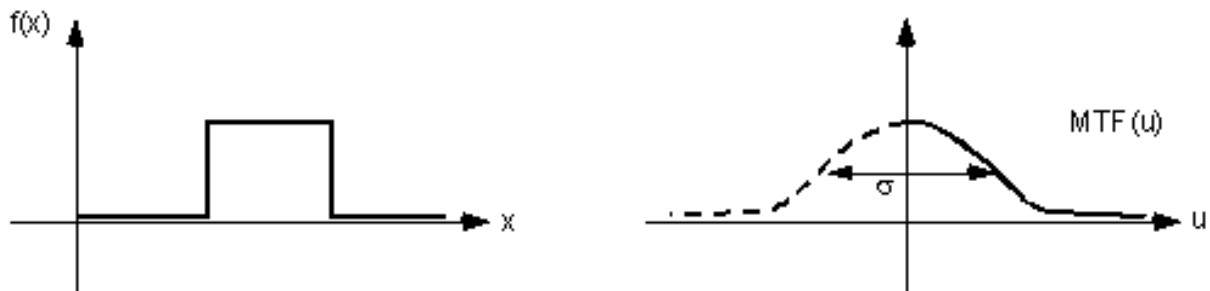


- c) 0,5 mm Wellenlänge $\Rightarrow 2 \text{ lp/mm} \Rightarrow \text{MTF}(2 \text{ lp/mm}) = 0,1 \Rightarrow$ Ausgangsgrauwerte von 0 bis $0,1 \times 256 = 26$ (1 Punkt)



Aufgabe 5: Abbildungseigenschaften eines bildgebenden Systems

Gegeben ist ein schwarzer Balken vor weißem Hintergrund als Eingangsbild eines abbildenden Systems und die MTF des abbildenden Systems (Gaußprofil mit der Standardabweichung σ).



- Beschreiben Sie einen Weg, um das Ausgangsbild zu berechnen (nicht explizit lösen). (2 Punkte)
- Gibt es einen digitalen Filter, der das Eingangsbild in gleicher Weise in das Ausgangsbild transformiert? Wie sieht die Filtermaske aus (5x5 Matrix)? (2 Punkte)
- Beim Gauß-Filter handelt es sich um einen sog. „weichen“ Tiefpassfilter. Wie sieht im Gegensatz dazu ein „harter“ Tiefpassfilter aus? Wie wirken sich die Eigenschaften des harten Tiefpassfilters im Ortsraum aus? (3 Punkte)
- Skizzieren Sie qualitativ das Ausgangsbild für zwei verschiedene Werte von σ (2 Punkte).

Lösung:

- a) Weg 1: Das Original $f(x)$ wird fouriertransformiert:

$$f(x) \xrightarrow{\text{Fourier}} F(u)$$

$F(u)$ wird mit der $MTF(u)$ multipliziert. Das Ergebnis wird zurücktransformiert.

$$g(x) \xleftarrow{\text{Fourier}} F(u) \cdot MTF(u)$$

(Eigentlich: Fourier-Reihenentwicklung, da die MTF nur der Absolutbetrag der komplexen Übertragungsfunktion ist.)

Weg 2: Die MTF wird invers fouriertransformiert und liefert die Impulsantwort $h(x)$. Das Original $f(x)$ wird mit der Impulsantwort $h(x)$ gefaltet:

$$g(x) = f(x) * h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \cdot h(x - x') dx'$$

- b) Die Faltung mit der zur MTF gehörenden Impulsantwort kann durch eine (endliche) Filtermaske approximiert werden. Da die Fourier-Transformation einer Gauß-Funktion wieder eine Gauß-Funktion ist, ergibt sich die Filtermaske einer Gauß-Funktion (1 Punkt) z.B. (1 Punkt):

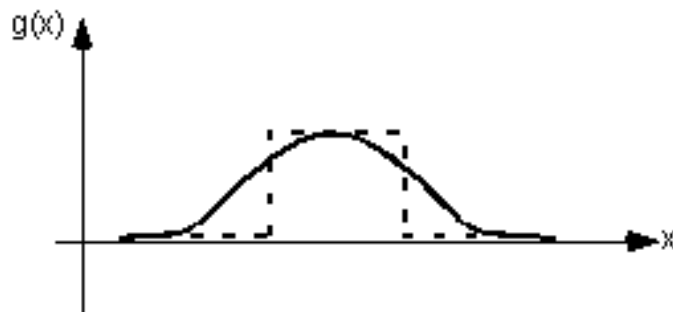
1	1	2	1	1
1	2	4	2	1
2	4	8	4	2
1	2	4	2	1
1	1	2	1	1

- c) Ein „harter“ Tiefpass hat die Form einer Rechteckfunktion (1 Punkt). Unterhalb einer Grenzfrequenz werden alle Frequenzanteile mit 1 multipliziert, oberhalb der Grenzfrequenz werden alle Frequenzanteile gelöscht (1 Punkt) (Verhalten eines unvollkommenen abbildenden Systems).

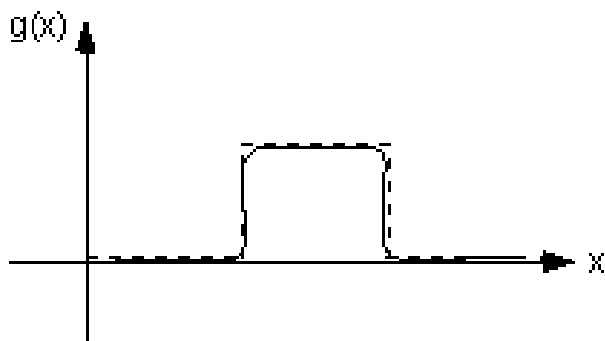
Rechteckförmige Filter führen im Ortsraum zu „Echos“ an scharfen Kanten, da die Multiplikation mit dem Rechteck im Frequenzraum einer Faltung mit der si-Funktion im Ortsraum entspricht (1 Punkt). Der periodische Verlauf dieser Funktion führt zu den „Echos“.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

- d) Für ein kleines σ im Frequenzraum ergibt sich eine breite „Verschmierung“ im Ortsraum (1 Punkt):



Für ein großes σ im Frequenzraum ergibt sich eine kleine „Verschmierung“ im Ortsraum (1 Punkt):



Aufgabe 6: Rauschen in der Systemtheorie

- a) Welche Größe charakterisiert die Rauscheigenschaften eines abbildenden Systems (1 Punkt)?
- b) Was bedeutet diese Größe (in Worten) und wie ist sie allgemein mathematisch definiert? (2 Punkte)
- c) Wie kann die Rauscheigenschaft eines Systems optimiert werden (Beispiel)? Welcher Konflikt entsteht dadurch (2 Punkte)?

Lösung:

- a) Die „Detective Quantum Efficiency“ (= DQE) ist die wichtigste Größe zur Charakterisierung der Rauscheigenschaften eines abbildenden Systems.
- b) Die DQE sagt aus, um welchen Faktor das System das schon am Eingang vorhandene Rauschen verschlechtert (1 Punkt).

Mathematisch (1 Punkt):

$$DQE(u, v) = \frac{\frac{Signal_{Ausgang}^2}{Rauschen_{Ausgang}^2}}{\frac{Signal_{Eingang}^2}{Rauschen_{Eingang}^2}}$$

Der Term „Signal²“ steht für das Signalleistungsspektrum, der Term „Rauschen²“ steht für das Rauschleistungsspektrum.

- c) Um die DQE zu erhöhen, sorgt man dafür, dass mehr Quanten absorbiert werden, beispielsweise durch Erhöhung der Dicke der Leuchtstoffschicht im Röntgenbildverstärker (1 Punkt). Durch die größere Dicke vergrößert sich allerdings der Lichtfleck auf der Photokathode, d.h. die MTF wird verschlechtert (1 Punkt).

Computertomographie

Aufgabe 7: CT-Scanner

- a) Welche physikalische Größe wird bei der CT gemessen, welche wird gesucht? Wie hängen beide Größen miteinander zusammen? (2 Punkte)
- b) Wie sieht ein CT-Scanner der 3. Generation schematisch aus (Skizze und Beschreibung)? Mit welchem Trick kann man die Zahl der Projektionen erhöhen? (4 Punkte)
- c) Wie werden die Messdaten in den Radon-Raum eingetragen? (Skizze und kurze Erklärung) (3 Punkte)?

Lösung:

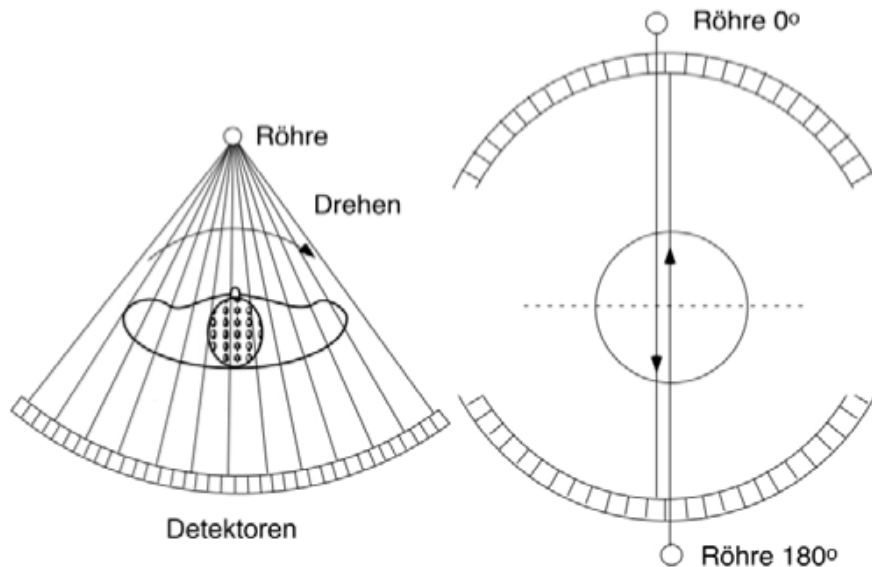
- a) Das Signal, das bei der Röntgen-CT gemessen wird, ist die transmittierte Röntgenintensität J bezogen auf die eingestrahlte Röntgenintensität J_0 . Die transmittierte Röntgenintensität ergibt sich aus dem Verlauf der Röntgenschwächungskoeffizienten μ längs eines Strahls l , genauer gesagt misst man die Linienintegrale über die

Röntgenschwächungskoeffizienten.

$$\ln\left(\frac{J_0}{J}\right) = \int \mu(l) dl$$

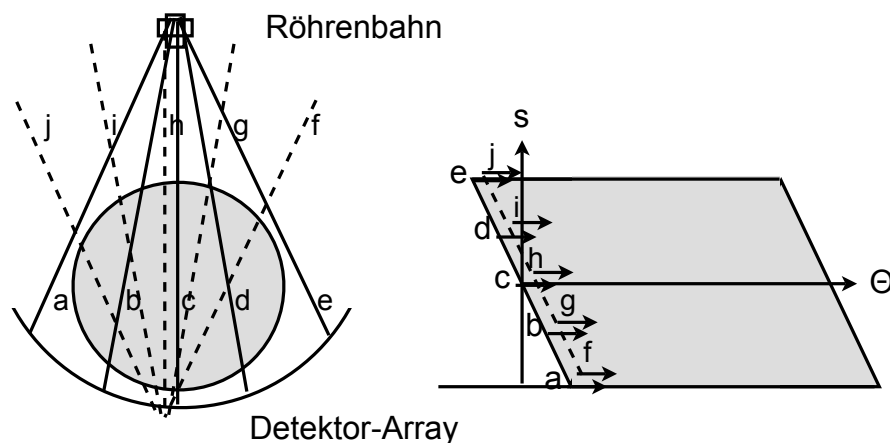
Gesucht wird der Röntgenschwächungskoeffizient als Funktion des Ortes in einer Körperscheibe.

b) CT-Scanner der 3. Generation (1 Punkt):



Die Detektoren sind auf einem Kreisbogensegment angeordnet (Öffnungswinkel 40 - 60°) und deckt den gesamten Körper des Patienten ab. Röhre und Detektorarray rotieren um den Patienten (1 Punkt). Durch den springenden Fokus (1 Punkt) können zusätzliche Punkte im Radon-Raum gemessen werden (1 Punkt). Dazu wird der Fokus nach einem Halbkreis auf einen benachbarten Punkt umgeschaltet (1 Punkt).

c) Datenübertragung in den Radon-Raum (2 Punkte):



In den Detektoren werden die Linienintegrale (s) gemessen und über den Winkel Θ in den Radon-Raum eingetragen (1 Punkt).

Aufgabe 8: Rekonstruktion

- a) Welcher Prozess wird durch die folgende Formel beschrieben und was bedeuten die Größen? (2 Punkte)

$$\vec{f}^{(k)} = \vec{f}^{(k-1)} - \frac{\left(\vec{f}^{T(k-1)} \cdot \vec{w}_k \right) - p_k}{(\vec{w}_k \cdot \vec{w}_k)} \cdot \vec{w}_k$$

- b) Gegeben sei folgende 2x2-Matrix von Röntgenschwächungskoeffizienten $\mu(x,y)$:

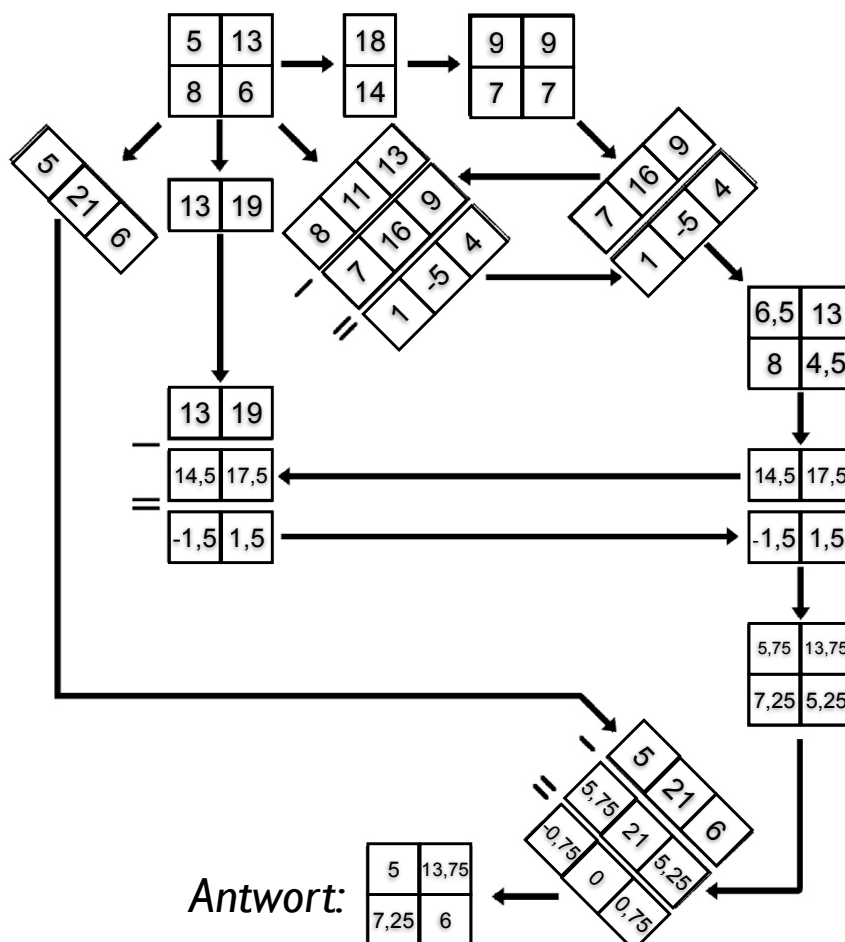
5	13
8	6

Berechnen Sie alle Projektionen $P(\theta,s)$ und rekonstruieren Sie anschließend aus den Projektionen das „Bild“ (verwenden Sie jede Projektion einmal) (6 Punkte).

Lösung:

- a) Die Formel beschreibt mathematically die Methode der iterativen Rekonstruktion, wobei $\vec{f}^{(k)}$ den gesuchten Lösungsvektor nach der k-ten Iteration darstellt, w_k die Gewichtungsfaktoren zum Nadelstrahl k und p_k die Messwerte zur Projektion k.

b)



Aufgabe 9: Energiedosis und Äquivalentdosis

- a) Welche Energiedosis und welche Äquivalentdosis bekommt ein Mensch ab, der sich 0,5m vor einer Röntgenröhre (2 mm Al) befindet, die mit 80 kV und 20 mA betrieben wird (Belichtungszeit 3 sec)? (3 Punkte)

Abb. 1:

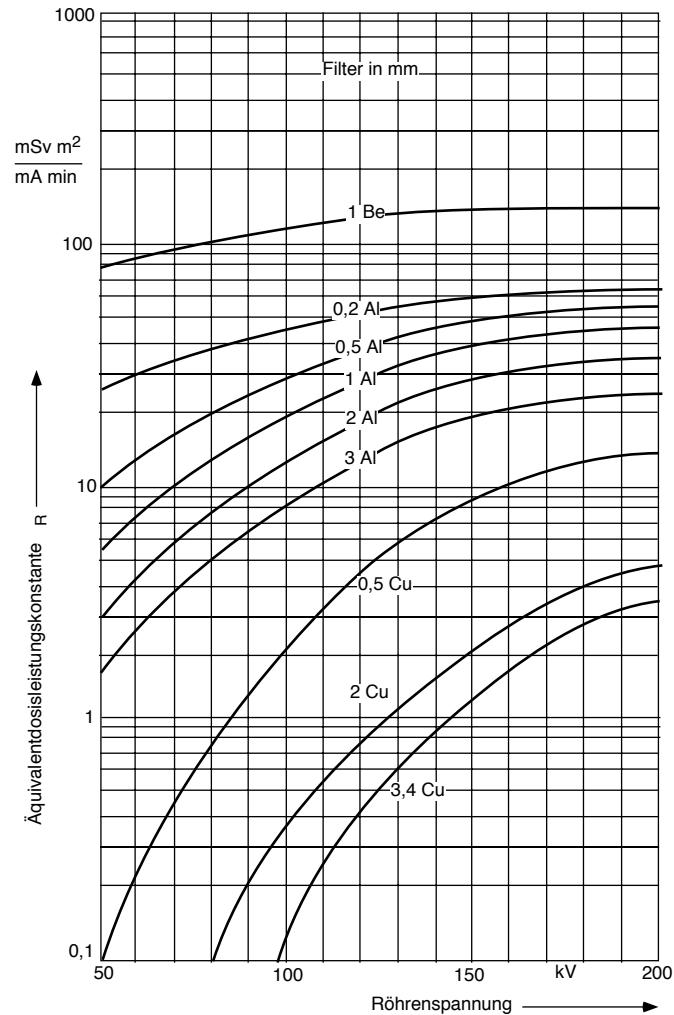
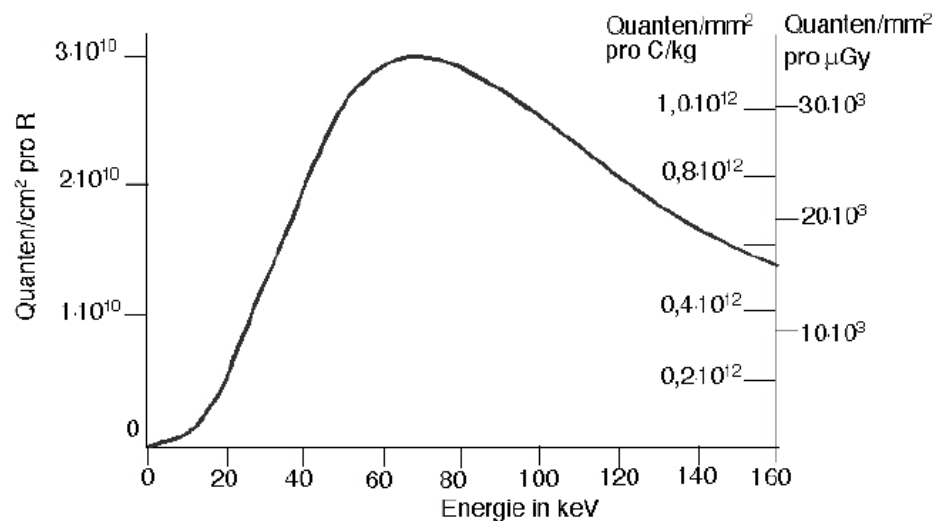


Abb. 2:



- b) Wie vielen Quanten/mm² entspricht diese Dosis (ungefähr) und welcher Kontrast $K_{\min}$ ließe sich theoretisch bei einer Pixelgröße von $d = 0,1 \text{ mm}$ damit erreichen ($\kappa=5$)? (3 Punkte)

Lösung:

- a) Aus Abb. 1 abzulesen (1 Punkt):

$$\Gamma_R(80\text{kV}, 2\text{mmAl}) = 8 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA min}}$$

Äquivalentdosis (1 Punkt):

$$8 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA min}} \cdot \frac{20\text{mA} \cdot 3/60 \text{ min}}{(0,5\text{m})^2} = 32 \text{ mSv}$$

Energiedosis ist in diesem Fall gleich der Äquivalentdosis, da es sich um γ -Quanten handelt ($q = 1$). $D = H = 32 \text{ mGy}$ (1 Punkt).

- b) Aus Abb. 2 abzulesen: Umrechnungsfaktor bei 80 kV: 34 000 Quanten/mm²/μGy (1 Punkt). Anzahl Quanten:

$$N = 32000 \mu\text{Gy} \cdot 34000 \text{ Quanten/mm}^2 / \mu\text{Gy} \cdot 0,01 \text{ mm}^2 = 10.88$$

Millionen Quanten (1 Punkt). Mit

$$K_{\min} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}}$$

ergibt sich $K_{\min} = 0.15 \%$ (1 Punkt).

Bildgebende Verfahren in der nuklearmedizinischen Diagnostik

Aufgabe 10: Die SPECT Aufnahme und Rekonstruktion arbeiten mit Kollimatoren und Impulshöhenanalysator. Trotz dieser Methoden kommt es zu Abbildungsfehlern.

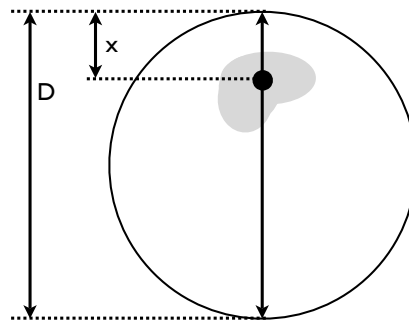
- a) Was sind die häufigsten Abbildungsfehler bei der SPECT? (3 Punkte)
- b) Wie sehen Möglichkeiten der Absorptionskorrektur aus? (Skizze und Erklärung) Gibt es Schwachpunkte (8 Punkte)?
- c) Auch bei der PET ist eine Absorptionskorrektur nötig. Wie unterscheidet sie sich von der Methode bei der SPECT? (4 Punkte)

Lösung:

- a) Abbildungsfehler bei der SPECT haben folgende Ursachen:
- Die Kollimatoren messen keine echten Linienintegrale der Aktivität.
 - Die Gamma-Quanten können auf ihrem Weg von der Quelle zum Detektor absorbiert werden.
 - Trotz des Impulshöhenanalysators können gestreute Quanten die Messsignale verschieben.
- b) Eine einfache Methode zur Absorptionskorrektur beruht auf einer Transmissionsmessung und auf der Bestimmung des geometrischen Mittels aus einer Anterior-

Messung und einer Posterior-Messung (2 Punkte).

Skizze: (1 Punkt)



Das Signal der Anterior-Messung beträgt:

$$S_A = k \cdot A \cdot e^{-\mu x}$$

mit:

k = Kalibrierfaktor,

A = Aktivität am Ort x ,

μ = mittlerer Schwächungskoeffizient des Gewebes.

Das Signal der Posterior-Messung beträgt:

$$S_P = k \cdot A \cdot e^{-\mu(D-x)}$$

Das geometrische Mittel beider Messungen beträgt damit

$$S_{GM} = \sqrt{S_A \cdot S_P} = S_P = k \cdot A \cdot e^{-\mu D/2}$$

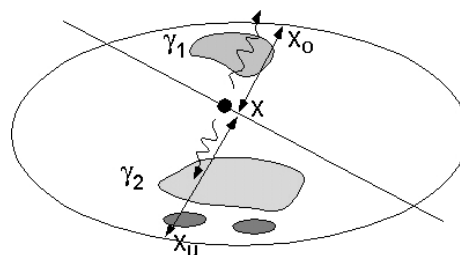
Der Wert vom Korrekturfaktor $e^{-\mu D/2}$ kann durch eine Transmissionsmessung vor der eigentlichen nuklearmedizinischen Untersuchung für alle Projektionswinkel bestimmt werden:

$$\ln\left(\frac{J_0}{J}\right) = \mu \cdot D$$

(3 Punkte)

Das Problem dieser Methode ist, dass von homogenen Schwächungskoeffizienten im Körpergewebe ausgegangen wird (1 Punkt). Eine bessere Absorptionskorrektur erhält man, wenn man aus den Transmissionsmessungen mit den Methoden der Röntgen-CT ein echtes Schnittbild der Schwächungskoeffizienten $\mu(x,y)$ beispielsweise mit dem iterativen Verfahren rekonstruiert (1 Punkt).

c) Die Absorptionskorrektur bei der PET ist exakter als die bei der SPECT.



Die Wahrscheinlichkeiten W_1 , W_2 für zwei Quanten γ_1 , γ_2 einen Detektor zu erreichen, betragen jeweils:

$$W_1 = k_1 \cdot e^{-\int_x^{x_o} \mu(x) dx}$$

$$W_2 = k_2 \cdot e^{-\int_{x_u}^x \mu(x) dx}$$

mit k = Proportionalitätsfaktor.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Koinzidenz-Ereignis beträgt damit:

$$W_{ges} = W_1 \cdot W_2 = k_1 \cdot k_2 \cdot e^{-\int_{x_u}^{x_o} \mu(x) dx}$$

Wird in einer Transmissionsmessung das Linienintegral

$$\int_{x_u}^{x_o} \mu(x) dx = \ln \left(\frac{J_0}{J} \right)$$

bestimmt, so ist eine exakte Absorptionskorrektur möglich, auch wenn die Schwächungskoeffizienten längs ihres Weges oben und unten sehr unterschiedlich sind.

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<i>Summe:</i>
<i>Punkte:</i>	10	9	4	5	9	5	9	8	6	15	80